

Esercizi

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{2}{\operatorname{tg} 2x} \right].$$

2. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x \sin a - a \sin x}{x - a}.$$

Si consiglia la sostituzione $x - a = y$.

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\cos \frac{\alpha}{x} \right)^x.$$

4. Calcolare al variare di $\alpha > 0$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha [\log(x^2 - 1) - \log(x^2 - x + 1)].$$

5. Dimostrare che per $x \rightarrow +\infty$ le funzioni $2x^2 + 3x \sin x + \cos x$ e $3x^2 - 2x \cos x + 5$ sono due infiniti dello stesso ordine.

6. Dimostrare che per $x \rightarrow 1$ la funzione $x \rightarrow \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x$ è un infinito del primo ordine rispetto a $\frac{1}{x-1}$ e determinarne la parte principale.

7. Dimostrare che la funzione $x + \frac{3}{2} - \sqrt{x(x+3)}$ è un infinitesimo per $x \rightarrow +\infty$ e determinarne la parte principale rispetto a $\frac{1}{x}$.

8. Dimostrare che quando $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1 - \sin^3 x}}$$

è un infinito di ordine $2/3$ rispetto all'infinito $\frac{1}{x - \frac{\pi}{2}}$.

9. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{\log(1-x)}.$$