1. Provare che la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \qquad \text{dove} \qquad \begin{cases} a_1 &= 6 \\ n^4\, a_{n+1} &= 4\, n^2 + \frac{a_n}{2} \qquad \forall\, n \geq 1 \end{cases}$$

è convergente.

2. Sia $\{a_n = (\sqrt{n}+3)/(2\,n+5)\}$; studiare il comportamento di $\sum(-1)^n a_n$ e di $\sum(-1)^n a_n^2$.

3. Supponiamo che la serie a termini positivi $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sia convergente. Dire se converge la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ dove

$$\begin{cases} a_0 &= \alpha \\ a_{n+1} &= c\, a_n + b_n \qquad \forall\, n \geq 0 \end{cases}$$

con $c > 0$; eventualmente se ne calcoli la somma.

4. Studiare gli insiemi di convergenza e di convergenza assoluta per la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n + \sqrt{n}\, \sin n}$$

5. Studiare gli insiemi di convergenza e di convergenza assoluta per la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \dfrac{2\pi\, n}{3}}{n}\, x^n$$

6. Calcolare $\sqrt[3]{1+i}$.

7. Trovare le soluzioni di

$$z\, (\Im z)^2 = i\, |z|^2\ .$$

8. Siano z, w numeri complessi. Sotto quali condizioni $z\, \bar{w}$ è immaginario puro; provare che in tal caso è $|z|^2 + |w|^2 = |z-w|^2$.

9. Provare che per $z, w \in \mathbb{C}$ vale l'identità del parallelogrammo

$$|z-w|^2 + |z+w|^2 = 2\,|z|^2 + 2\,|w|^2$$

10. Trovare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^n + z^{n-1} + z^{n-2} + \ldots + z + 1 = 0$$

11. Sia $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 0$. Trovare l'insieme dei punti di accumulazione dell'insieme

$$R = \{ w \in \mathbb{C} \mid \exists\, n \in \mathbb{N} \text{ tale che } w^n = z \}$$