1. Verificare, usando la definizione di limite, che
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2\,n^2 - 3\,n + 1}{n^2 - 1} = 2\ .$$

2. Calcolare, al variare di a in $\mathbb{R}^+$ il limite
$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a^n + 3^n}{a^n + 2^n} \right)\ .$$

3. Data la successione definita per ricorrenza da
$$\begin{cases} a_1 & = & 2 \\ a_n & = & \frac{1}{2\,n^{1/2}}\,a_{n-1} + 3, \qquad \text{per } n \geq 2 \end{cases}$$
provare
   (a) che $0 < a_n \leq 6$ per ogni $n \geq 1$;
   (b) che $\{a_n\}$ è convergente e che $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$.

4. Calcolare
$$\lim_{n\to\infty} n^\alpha \left(\sqrt{n(n+1)} - \sqrt{n(n-1)} - 1 \right)\ .$$

5. Si consideri la successione definita per ricorrenza da
$$\begin{cases} a_1 & = & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ a_{n+1} & = & \frac{a_n}{3\,a_n^2+1}, \qquad \text{per } n \geq 1\ . \end{cases}$$
   (a) Stabilire se $\{a_n\}$ è decrescente;
   (b) calcolare, se esiste, il limite della successone.

6. Si consideri la successione definita per ricorrenza da
$$\begin{cases} a_1 & = & 1\,, \\ a_{n+1} & = & \sqrt[3]{2\,a_n}\,, \qquad \text{per } n \geq 1\ . \end{cases}$$
Mostrare che $\{a_n\}$ è convergente e calcolarne il limite.

7. Si consideri la successione definita per ricorrenza da
$$\begin{cases} a_1 & = & 1\,, \\ a_{n+1} & = & \sqrt[3]{2\,a_n}\,, \qquad \text{per } n \geq 1\ . \end{cases}$$
Mostrare che $\{a_n\}$ è convergente e calcolarne il limite.

8. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n!)^2}{(2\,n)!}$$
Determinare (se esiste) l'estremo inferiore degli $x > 0$ per cui si ha
$$\lim_{n\to\infty} \frac{x^n\,(n!)^2}{(2\,n)!} = +\infty$$