

# Rilevanza di size e B/M nei rendimenti del mercato

Claudio Tamburrino

29 giugno 2009

## Sommario

Sebbene il  $\beta$  proprio del CAPM descriva in modo sufficiente il rendimento di un determinato titolo di mercato, se associato ad altre semplici variabili di borsa come size e B/M, esso perde il potere esplicativo. Tale fatto è stato osservato e misurato da Fama e French nel 1992 in [3]. Ci proponiamo ora di verificare tali osservazioni nel periodo attuale.

## 1 Definizioni

Questo breve articolo si propone di studiare il CAPM come metodo di analisi dei portafogli finanziari e discuterne la sua validità nel tempo. Il CAPM, o *Capital asset-pricing model*, creato da Sharpe nel 1964 e sviluppato indipendentemente da Lintner nel 1965 e da Black nel 1972, è un modello che descrive il rendimento di un titolo finanziario in funzione di un fattore  $\beta$ , che descrive quanto l'andamento del titolo è legato al rendimento del mercato.

Il CAPM può essere sintetizzato nella seguente equazione,

$$\mathbb{E}[r_i] = r_f + \beta(\mathbb{E}[r_m] - r_f), \quad (1)$$

dove  $r_i$  è una variabile aleatoria che misura il rendimento di un titolo,  $r_m$  è il rendimento del mercato (o meglio, di un opportuno indice del mercato),  $r_f$  è il rendimento dei soli titoli privi di rischio del mercato (ad esempio dei T-bonds americani, o dei BEI europei),  $\beta$  è definito come

$$\beta = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\text{var}(r_m)}, \quad (2)$$

il coefficiente proprio del titolo.

La validità del CAPM può essere dimostrata nel caso gli investitori adottino il criterio dell'*efficienza media-varianza* per scegliere i propri investimenti, ossia nel caso in cui a parità di rendimento medio preferiscono portafogli con minore varianza, mentre a parità di varianza, preferiscono portafogli con maggiore rendimento medio.

## 2 Analisi preliminari

Prima di analizzare le serie temporali in nostro possesso, è opportuno discutere se sono verificate alcune ipotesi preliminari.

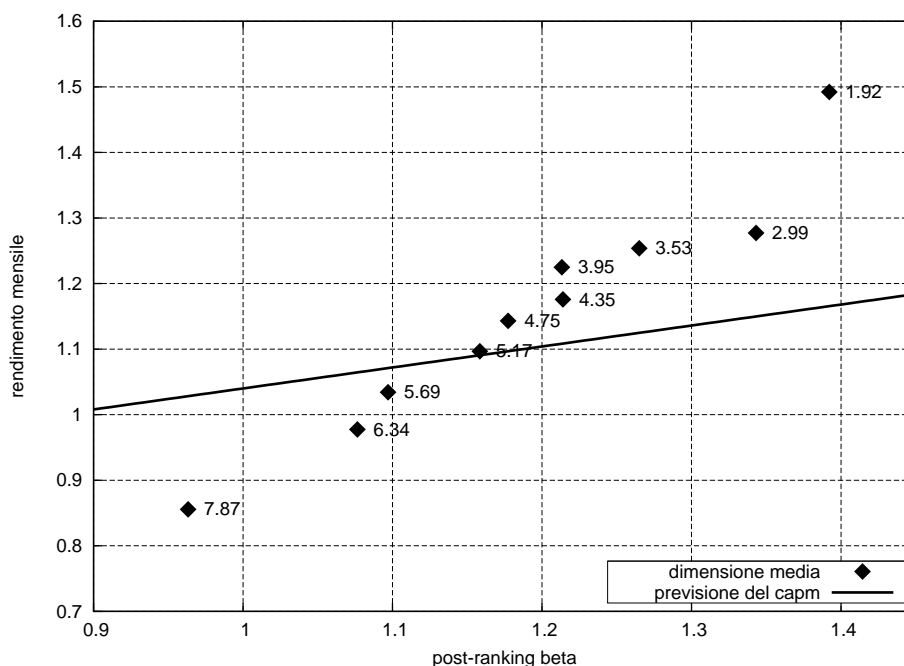


Figura 1: **10 portafogli, ordinati per size**: i dati si riferiscono alla tabella 4, cui si rimanda per ulteriori dettagli.

Tali analisi non riguardano un modello poiché lo scopo della trattazione non è quello di trovare un modello per gli eventi finanziari. Riguarderanno invece soltanto le serie di dati che andremo ad analizzare.

Innanzitutto, supporremo che le serie temporali usate provengano da un processo stocastico stazionario, ossia le distribuzioni di probabilità congiunte non dipendono da shift temporali. Caratteristiche stagionali della serie temporale, come ad esempio il particolare mese dell'anno in cui ci si trova, sono sempre presenti nelle serie finanziarie, ma nel nostro caso il loro apporto si vede essere trascurabile.

Abbiamo poi bisogno di calcolare delle medie temporali delle serie finanziarie. Dobbiamo assicurarci che le medie temporali parziali convergano effettivamente (prendendo intervalli temporali sempre più ampi) alla media totale. Tale ipotesi sarà assunta soddisfatta a priori.

### 3 Attendibilità del CAPM

Come visto in [2], analizziamo in un grafico beta/rendimenti la posizione di dieci portafogli ordinati secondo alcune variabili notevoli del portafoglio.

Il grafico 1 mostra il posizionamento di dieci portafogli, ordinati per size, in un grafico beta/rendimento. Il grafico 2, come il precedente, mostra il posizionamento di dieci portafogli, ma stavolta ordinati per B/M, in un grafico beta/rendimento.

In entrambi i grafici sono riportati anche i rendimenti previsti dal CAPM, ossia la retta  $\mathbb{E}[r_i] = r_f + \beta(\mathbb{E}[r_m] - r_f)$ , con  $r_i = 0.35$  e  $\mathbb{E}[r_m] = 0.95$ .

I dati a cui si riferiscono provengono dalle tabelle 4 e 6, di cui parleremo nel dettaglio più avanti.

Nel grafico 1 l'ordinamento per size mostra come le società più piccole vengano-

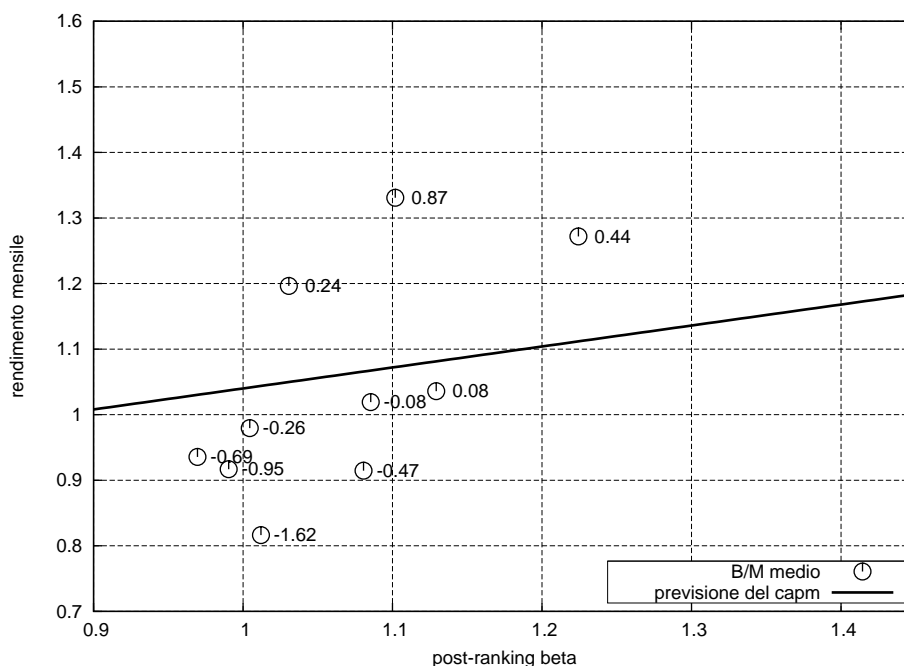


Figura 2: **10 portafogli, ordinati per B/M**: i dati si riferiscono alla tabella 6, cui si rimanda per ulteriori dettagli.

no sottovalutate dal CAPM, mentre quelle più grandi vengano sopravvalutate. Nel grafico B/M si evidenzia una relazione tra rendimento e beta tutt'altro che lineare. In particolare le società con rapporto B/M alto hanno rendimenti maggiori. Ciò deriva dal fatto che il criterio dell'efficienza media-varianza non può essere in generale accettato.

## 4 Analisi di serie

Studiamo ora più in dettaglio alcune variabili alternative a  $\beta$  per descrivere i rendimenti di portafogli finanziari. In particolare, analizziamo la dipendenza dalla dimensione (anche chiamata size,  $ME$ , market equity) del portafoglio (si veda [4]) e la dipendenza dal rapporto  $BE/ME$  (anche chiamato book equity/market equity, o brevemente book/market) (si veda [5]). Sono state proposte nel tempo anche altre possibili variabili, come il rapporto Earnings/Price (si veda [6]) e il leverage (si veda [7]), tuttavia i portafogli a nostra disposizione non contengono tali dati, quindi trascureremo queste ultime due variabili.

I portafogli di cui faremo uso sono stati presi dalla pagina di Kenneth R. French (<http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/>), i quali a loro volta sono composti da dati del CRSP (azioni NYSE dal 1926, AMEX dal 1962, NASDAQ dal 1972).

Il rendimento del mercato (da cui si ricava l'indice) è calcolato come la media (pesata sul valore) dei rendimenti di ciascun portafoglio a nostra disposizione, assumendo un valore iniziale per ciascun portafoglio di 1. Il valore iniziale chiaramente non ha alcun senso matematico, ma ha solo funzione chiarificatrice, ad esempio per disegnare un grafico indicante il valore dell'indice in ogni istante.

Il nostro dataset è composto da 100 portafogli, campionati con cadenza mensile dal 1926 al 2008 inclusi. I portafogli sono divisi in 10 set per dimensione

crescente, ciascuno dei quali è diviso in dieci set per rapporto B/M crescente. Tale divisione è già presente nei portafogli che useremo, quindi per semplicità non la ricalcoleremo. I portafogli sono ricostituiti alla fine di Giugno. Come già accennato, come parametro di dimensione di una società useremo il *market equity*, o ME, ossia il prezzo che il mercato stabilisce per l'azione di tale società, moltiplicato per il numero di azioni circolanti. Il *book equity*, o BE, è invece il valore che risulta dai bilanci della società.

Tutte le medie tra portafogli diversi sono intese come pesate sulla dimensione totale, tutte le medie nel tempo sono intese come medie semplici.

Le variabili a nostra disposizione sono:

- **avwrm**, rendimento mensile medio del portafoglio,
- **afs**, dimensione media del portafoglio,
- **nfp**, numero di società nel portafoglio,
- **sbsm**, somma di book equity / somma di market equity.

Inoltre, si calcolano rapidamente anche le variabili

- **ts**, dimensione totale del portafoglio,
- **posr**, post-ranking  $\beta$ ,
- **prer**, pre-ranking  $\beta$ .

La variabile **ts** è semplicemente il prodotto di **nfp** e **afs**. La variabile **posr** è il  $\beta$  associato a tutto l'intervallo temporale (è quindi l'unica delle variabili a non avere dimensione temporale). La variabile **prer** è il  $\beta$  calcolato con i dati presenti nei dieci anni prima del tempo di riferimento (quindi non è definito nei primi dieci anni del campione). L'idea decisamente innovativa di French per osservare la variazione dei rendimenti in modo indipendente sia nella variabile **prer** sia nella variabile **afs** consiste nel formare 100 portafogli, ordinati sia per **prer** (nelle colonne), sia per **afs** (nelle righe).

In tutte le nostre tabelle, i valori di **afs** e **sbsm** saranno sempre espressi in termini di logaritmi.

Nella composizione di French dei 100 portafogli con due ordinamenti e dei 10 portafogli con un ordinamento in [3], i portafogli vengono ricostituiti ogni anno. Nella composizione di French dei 100 portafogli presenti su internet, i portafogli vengono ricostituiti ogni mese.

Nelle nostre analisi, in tutte le nostre tabelle la composizione dei portafogli sarà ricalcolata ogni mese. Per questo motivo la variabile **nfp**, quando mediata nel tempo (ad esempio nelle tabelle 4 e 5), assume valori non interi.

## 5 Analisi full-period

Nella nostra analisi, disponiamo di soli 100 portafogli, in quanto né le composizioni dei portafogli di French né le serie storiche dei titoli di riferimento sono pubblicamente disponibili. Dividere 100 portafogli in 100 sottoinsiemi causerebbe quasi sicuramente la comparsa di alcuni sottoinsiemi vuoti. Per questo motivo, in questo lavoro divideremo i 100 portafogli in soli 49 maxi portafogli. Il metodo che useremo per calcolare le variabili associate ai maxi portafogli non è difficile da immaginare e viene spiegato di seguito. Sia  $S$  un insieme di portafogli, ossia un maxi portafoglio. La dimensione totale di  $S$  è  $\mathbf{ts}(S) = \sum_{p \in S} \mathbf{ts}(p)$ ; il rendimento di  $S$  è  $\mathbf{avwrm}(S) = (\sum_{p \in S} \mathbf{avwrm}(p) * \mathbf{ts}(p)) / \mathbf{ts}(S)$ ; il numero di

|           | low-prer |      |      | →    | high-prer |      |      |
|-----------|----------|------|------|------|-----------|------|------|
| small-afs | 0.92     | 1.40 | 1.27 | 1.38 | 1.23      | 1.24 | 1.26 |
|           | 0.66     | 0.99 | 1.21 | 1.40 | 1.19      | 1.34 | 0.60 |
| ↓         | 1.47     | 1.15 | 1.25 | 1.31 | 1.13      | 0.88 | 1.18 |
|           | 1.52     | 1.18 | 1.20 | 1.32 | 1.09      | 1.28 | 1.12 |
| large-afs | 0.69     | 1.08 | 1.03 | 0.96 | 0.98      | 0.94 | 0.48 |
|           | 1.05     | 0.97 | 0.93 | 1.16 | 1.31      | 1.22 | 2.37 |
|           | 0.93     | 1.21 | 1.09 | 0.76 | 1.05      | 2.16 | 2.21 |

Tabella 1: **rendimento percentuale (avwrm)**. Ad ogni istante  $t$  da 1 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 49 maxi portafogli, ottenuti incrociando una divisione in 7 maxi portafogli per **prer** ed una divisione in 7 maxi portafogli per **afs**. La tabella riporta la media semplice temporale dei rendimenti percentuali mensili di ciascuno dei 49 maxi portafogli.

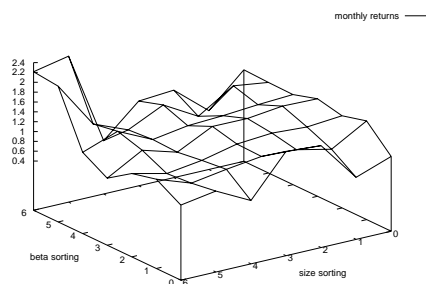


Figura 3: disegno relativo alla tabella 1

azioni in  $S$  è  $S$  è  $\mathbf{nfp}(S) = \sum_{p \in S} \mathbf{nfp}(p)$ ; il rapporto B/M di  $S$  è  $\mathbf{sbsm}(S) = (\sum_{p \in S} \mathbf{sbsm}(p) * \mathbf{ts}(p)) / \mathbf{ts}(S)$ . Si osserva che, definite in questo modo, le variabili  $\mathbf{avwrm}(S)$  e  $\mathbf{sbsm}(S)$  sono le medie pesate (sul valore totale) della variabile stessa, su ciascun portafoglio. Le altre variabili ( $\mathbf{posr}(S)$  e  $\mathbf{prer}(S)$ ) si calcolano dalle variabili  $\mathbf{avwrm}(S)$  e dall'indice di mercato.

Si riportano i risultati ottenuti (ricordando l'ordinamento per **prer** nelle colonne e per **afs** nelle righe), riferiti all'intervallo di tempo dal 1926 al 2008, nelle tabelle 1, 2 e 3.

Si può osservare come siano nettamente presenti tutti i fenomeni evidenziati da French nel suo studio con portafogli analoghi, ma nel periodo 1963-1990. In particolare si nota come sia dipendenza decisamente debole di  $\mathbf{avwrm}$  da **prer** nella tabella 1, il che mostra come la variabile **afs** abbia potere esplicativo ben maggiore di **prer**.

Nella tabella 2 si osserva come siano ben correlati **prer** e **posr**, mentre nella tabella 3 si osserva la quasi indipendenza di **afs** e **prer**.

Nelle tabelle 4 e 5 sulle righe si riportano i valori di alcune variabili, riferite a portafogli ordinati in modo classico sulle colonne, cioè lungo una sola variabile.

Tutti questi risultati sono identici a quelli trovati da French nel 1992.

## 6 Analisi last-period

Ci si può chiedere se tale corrispondenza di risultati sia derivata fondamentalmente da una grossa sovrapposizione degli intervalli temporali (1963-1990 per French, 1926-2008 in questo studio).

|           | low-prer |      |      | →    | high-prer |      |      |
|-----------|----------|------|------|------|-----------|------|------|
| small-afs | 1.33     | 1.32 | 1.27 | 1.33 | 1.32      | 1.45 | 1.42 |
|           | 1.27     | 1.28 | 1.30 | 1.34 | 1.43      | 1.27 | 1.31 |
|           | 1.21     | 1.19 | 1.22 | 1.24 | 1.29      | 1.27 | 1.23 |
| ↓         | 1.18     | 1.14 | 1.16 | 1.18 | 1.23      | 1.31 | 1.27 |
|           | 1.09     | 1.12 | 1.11 | 1.10 | 1.06      | 1.10 | 1.03 |
|           | 1.04     | 1.03 | 1.01 | 1.02 | 0.99      | 1.01 | 1.04 |
| large-afs | 0.96     | 0.96 | 0.98 | 0.97 | 0.95      | 0.98 | 1.03 |

Tabella 2: **post-ranking  $\beta$  (posr)**. Ad ogni istante  $t$  da 1 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 49 maxi portafogli, ottenuti incrociando una divisione in 7 maxi portafogli per **prer** ed una divisione in 7 maxi portafogli per **afs**. La tabella riporta il  $\beta$  di ciascuno dei 49 maxi portafogli.

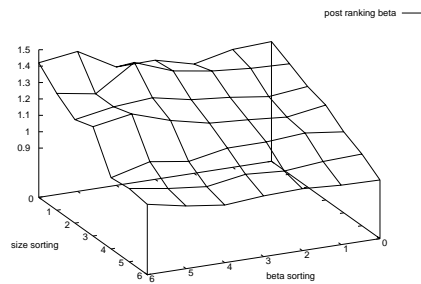


Figura 4: disegno relativo alla tabella 2

|           | low-prer |      |      | →    | high-prer |      |      |
|-----------|----------|------|------|------|-----------|------|------|
| small-afs | 2.71     | 2.65 | 2.51 | 2.34 | 2.21      | 2.24 | 1.47 |
|           | 2.42     | 3.36 | 3.58 | 3.17 | 3.50      | 3.69 | 3.46 |
|           | 4.19     | 4.26 | 4.34 | 4.26 | 4.35      | 4.62 | 4.80 |
| ↓         | 5.35     | 5.23 | 5.24 | 5.27 | 5.31      | 5.23 | 5.93 |
|           | 6.19     | 6.23 | 6.18 | 6.30 | 6.51      | 6.62 | 6.52 |
|           | 7.27     | 7.16 | 7.28 | 6.98 | 7.39      | 7.75 | 6.78 |
| large-afs | 8.00     | 8.33 | 8.53 | 9.11 | 8.94      | 7.82 | 6.95 |

Tabella 3: **dimensione media (afs)**. Ad ogni istante  $t$  da 1 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 49 maxi portafogli, ottenuti incrociando una divisione in 7 maxi portafogli per **prer** ed una divisione in 7 maxi portafogli per **afs**. La tabella riporta la media semplice temporale delle dimensioni (market equity) di ciascuno dei 49 maxi portafogli. Si ricorda come le variabili **afs** e **bsm** vengano sempre espresse in termini di logaritmi.

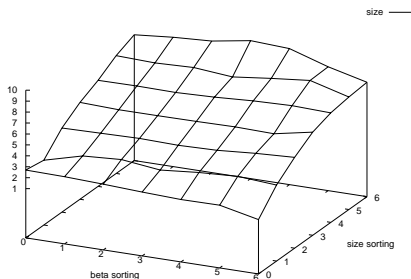


Figura 5: disegno relativo alla tabella 3

|       | small-afs |        |        | →      |        |        |        | →      |        |        |  | large-afs |  |
|-------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|-----------|--|
| avwrm | 1.49      | 1.28   | 1.25   | 1.22   | 1.18   | 1.14   | 1.10   | 1.03   | 0.98   | 0.86   |  |           |  |
| posr  | 1.39      | 1.34   | 1.27   | 1.21   | 1.21   | 1.18   | 1.16   | 1.10   | 1.08   | 0.96   |  |           |  |
| afs   | 1.92      | 2.99   | 3.53   | 3.95   | 4.35   | 4.75   | 5.17   | 5.69   | 6.34   | 7.87   |  |           |  |
| sbsm  | 0.17      | 0.01   | 0.08   | -0.02  | -0.05  | -0.09  | -0.14  | -0.26  | -0.31  | -0.61  |  |           |  |
| nfp   | 1007.57   | 292.26 | 208.77 | 173.91 | 153.93 | 137.18 | 127.37 | 123.75 | 118.39 | 115.55 |  |           |  |

Tabella 4: Alcune variabili associate a portafogli ordinati per afs. Ad ogni istante  $t$  da 1 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 10 maxi portafogli. I maxi portafogli vengono formati in base a quanto suggerito dall'ordinamento originario (mettendo insieme, per ogni valore di size dichiarato da French, i dieci portafogli ordinati per B/M dichiarato da French). La tabella riporta alcune variabili notevoli di ciascuno dei dieci maxi portafogli. Si ricorda come le variabili afs e sbsm vengano sempre espresse in termini di logaritmi. Inoltre le medie temporali vengono effettuate dopo i logaritmi.

|       | small-prer |        |        | →      |        |        |        | →      |        |        |  | large-prer |  |
|-------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|------------|--|
| avwrm | 1.07       | 0.97   | 1.00   | 1.06   | 1.07   | 1.30   | 1.11   | 1.24   | 0.91   | 0.95   |  |            |  |
| posr  | 1.02       | 1.05   | 1.05   | 1.08   | 1.09   | 1.15   | 1.18   | 1.26   | 1.25   | 1.24   |  |            |  |
| afs   | 6.67       | 6.06   | 5.91   | 5.65   | 5.42   | 4.87   | 4.74   | 4.34   | 4.46   | 3.91   |  |            |  |
| sbsm  | -0.13      | -0.28  | -0.33  | -0.24  | -0.33  | -0.13  | -0.22  | -0.36  | -0.69  | -1.04  |  |            |  |
| nfp   | 102.20     | 292.22 | 366.21 | 313.65 | 345.66 | 385.86 | 201.14 | 160.47 | 124.24 | 105.59 |  |            |  |

Tabella 5: Alcune variabili associate a portafogli ordinati per prer. Ad ogni istante  $t$  da 1 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 10 maxi portafogli. I maxi portafogli vengono formati istante per istante, in base al valore di sbsm calcolato per ciascun istante. La tabella riporta alcune variabili notevoli di ciascuno dei dieci maxi portafogli. Si ricorda come le variabili afs e sbsm vengano sempre espresse in termini di logaritmi. Inoltre le medie temporali vengono effettuate dopo i logaritmi.

|              | small-sbsm |        | →      |        | →      |        | large-sbsm |        |        |        |
|--------------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|------------|--------|--------|--------|
| <b>avwrm</b> | 0.82       | 0.92   | 0.94   | 0.91   | 0.98   | 1.02   | 1.04       | 1.20   | 1.27   | 1.33   |
| <b>posr</b>  | 1.01       | 0.99   | 0.97   | 1.08   | 1.00   | 1.09   | 1.13       | 1.03   | 1.22   | 1.10   |
| <b>afs</b>   | 6.24       | 5.91   | 5.79   | 5.60   | 5.56   | 5.26   | 5.11       | 4.89   | 4.53   | 3.97   |
| <b>sbsm</b>  | -1.62      | -0.95  | -0.69  | -0.47  | -0.26  | -0.08  | 0.08       | 0.24   | 0.44   | 0.87   |
| <b>nfp</b>   | 377.47     | 250.63 | 230.64 | 216.44 | 214.20 | 212.90 | 216.50     | 223.37 | 237.40 | 279.16 |

*Tabella 6: Alcune variabili associate a portafogli ordinati per sbsm.* Ad ogni istante  $t$  da 1 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 10 maxi portafogli. I maxi portafogli vengono formati in base a quanto suggerito dall'ordinamento originario (mettendo insieme, per ogni valore di B/M dichiarato da French, i dieci portafogli ordinati per size dichiarato da French). La tabella riporta alcune variabili notevoli di ciascuno dei dieci maxi portafogli. Si ricorda come le variabili **afs** e **sbsm** vengano sempre espresse in termini di logaritmi. Inoltre le medie temporali vengono effettuate dopo i logaritmi.

|           | low-prer |      | →    |      | high-prer |      |       |
|-----------|----------|------|------|------|-----------|------|-------|
| small-afs | 1.14     | 1.16 | 0.99 | 0.70 | -0.24     | 0.70 | 5.72  |
|           | 0.25     | 1.00 | 1.13 | 1.16 | 0.97      | 0.51 | 0.08  |
|           | 1.34     | 1.07 | 0.97 | 1.05 | 0.58      | 1.06 | 0.78  |
| ↓         | 1.35     | 1.16 | 1.08 | 0.93 | 0.78      | 0.95 | 0.90  |
|           | 0.77     | 0.92 | 0.83 | 0.81 | 1.03      | 1.40 | 0.40  |
| large-afs | 0.88     | 0.75 | 0.73 | 0.66 | 1.09      | 1.18 | -0.04 |
|           | 0.94     | 1.00 | 0.87 | 0.87 | 0.38      | NaN  | NaN   |

*Tabella 7: rendimento percentuale (avwrm) (ultimi 20 anni).* Ad ogni istante  $t$  da 757 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 49 maxi portafogli, ottenuti incrociando una divisione in 7 maxi portafogli per **prer** ed una divisione in 7 maxi portafogli per **afs**. La tabella riporta la media semplice temporale dei rendimenti percentuali mensili di ciascuno dei 49 maxi portafogli.

Per questo motivo, le tabelle con i due sorting vengono ora riproposte limitandosi ad analizzare solo il periodo 1989-2008, nelle tabelle 7, 8 e 9.

Le variabili **prer** e **posr** devono essere ricalcolate, mentre le altre variabili restano invariate. Osserviamo inoltre che la variabile **prer** ora viene calcolata per il periodo 1989-2008, ma è ammissibile calcolarla usando i dati di **avwrm** per il periodo 1979-2008. In caso contrario non avremmo dati sufficientemente vecchi per calcolare il  $\beta$  riferito a 10 anni passati.

In questo secondo caso, sono presenti dei NaN. Essi stanno ad indicare che tale dato non è ben definito, in quanto tale portafoglio risulta vuoto per tutti i tempi. Questo è un problema causato dal fatto di aver ristretto di molto il nostro orizzonte temporale.

Questa seconda analisi mostra come i risultati trovati prima (per il periodo 1926-2008) siano validi anche in questo caso (per il periodo 1998-2008), pur essendo meno evidenti.

In tutti gli argomenti discussi finora, abbiamo cercato relazioni tra le varie variabili in nostro possesso, senza interrogarci su quale potesse essere la spiegazione di tali relazioni. Esistono diverse possibilità a riguardo, come ad esempio una valutazione esagerata dei bilanci societari (quindi dei dati del tipo **sbsm**), in positivo come in negativo.

Un'indagine sulle cause di tali relazioni tuttavia esula dall'obbiettivo di questa trattazione, la quale si è proposta di trovare risultati notevoli analizzando solamente le *serie temporali*.



|           | low-prer |      | →    |      | high-prer |      |      |
|-----------|----------|------|------|------|-----------|------|------|
| small-afs | 0.78     | 0.84 | 1.03 | 1.17 | 1.23      | 1.28 | 1.57 |
|           | 0.88     | 0.88 | 0.97 | 1.06 | 1.22      | 1.33 | 1.56 |
|           | 0.85     | 0.87 | 0.95 | 1.05 | 1.17      | 1.30 | 1.45 |
| ↓         | 0.86     | 0.88 | 0.93 | 1.04 | 1.16      | 1.31 | 1.45 |
|           | 0.83     | 0.92 | 0.99 | 1.05 | 1.10      | 1.28 | 1.42 |
| large-afs | 0.78     | 0.85 | 0.92 | 1.01 | 1.08      | 1.26 | 1.31 |
|           | 0.84     | 0.86 | 0.95 | 0.99 | 0.98      | NaN  | NaN  |

*Tabella 8: post-ranking  $\beta$  (posr) (ultimi 20 anni).* Ad ogni istante  $t$  da 757 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 49 maxi portafogli, ottenuti incrociando una divisione in 7 maxi portafogli per **prer** ed una divisione in 7 maxi portafogli per **afs**. La tabella riporta il  $\beta$  di ciascuno dei 49 maxi portafogli.

|           | low-prer |       | →     |       | high-prer |      |      |
|-----------|----------|-------|-------|-------|-----------|------|------|
| small-afs | 3.71     | 3.72  | 3.81  | 3.84  | 4.01      | 4.22 | 4.39 |
|           | 5.29     | 5.19  | 5.13  | 4.80  | 5.17      | 5.05 | 5.10 |
|           | 5.72     | 5.98  | 6.06  | 6.09  | 5.94      | 5.94 | 5.94 |
| ↓         | 7.08     | 6.95  | 7.09  | 7.03  | 7.08      | 7.20 | 6.72 |
|           | 8.22     | 8.03  | 8.04  | 8.01  | 7.87      | 7.88 | 7.97 |
| large-afs | 8.83     | 8.82  | 8.89  | 8.61  | 8.62      | 8.47 | 8.01 |
|           | 9.85     | 10.20 | 10.26 | 10.37 | 10.33     | NaN  | NaN  |

*Tabella 9: dimensione media (afs) (ultimi 20 anni).* Ad ogni istante  $t$  da 757 a 996 (rappresentante il numero di mesi passati dal primo gennaio 1926) vengono formati 49 maxi portafogli, ottenuti incrociando una divisione in 7 maxi portafogli per **prer** ed una divisione in 7 maxi portafogli per **afs**. La tabella riporta la media semplice temporale delle dimensioni (market equity) di ciascuno dei 49 maxi portafogli. Si ricorda come le variabili **afs** e **sbsm** vengano sempre espresse in termini di logaritmi.

## Riferimenti bibliografici

- [1] R. Cont; “Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues”; *Quantitative Finance*; Vol. 1, (2001), pp. 223-236.
- [2] Eugene F. Fama, Kenneth R. French; “The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence”; *The Journal of Economic Perspectives*; Vol. 18, No. 3, (2004), pp. 25-46.
- [3] Eugene F. Fama, Kenneth R. French; “The Cross-Section of Expected Stock Returns”; *The Journal of Finance*; Vol. 47, No. 2, (1992), pp. 427-465.
- [4] Rolf W. Banz; “The relationship between return and market value of common stocks”; *Journal of Financial Economics*; Vol. 9, (1981), pp. 3-18.
- [5] Dennis Stattman; “Book values and stock returns”; *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers*; Vol. 4, (1980), pp. 25-45.
- [6] Sanjoy Basu; “The relationship between earnings yield, market value, and return for NYSE common stocks: Further evidence”; *Journal of Financial Economics*; Vol. 12, (1983), pp. 129-156.
- [7] Laxmi Chand Bhandari; “Debt/Equity ratio and expected common stock returns: Empirical evidence”; *Journal of Finance*; Vol. 43, (1988), pp. 507-528.